

ДИСЦИПЛИНА «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

Направление «Педагогическое образование»

Профиль «Информатика»

Профили «Информатика», «Физика»

Профили «Математика», «Информатика»

Второй семестр

Задания для СРС к первому рубежному срезу

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ OPENOFFICE.ORG CALC

I Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Пусть задана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Неизвестные $x_1, x_2, \dots, x_n$ вычисляются по формулам:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = 1, \dots, n$$

Δ – определитель матрицы A ,

Δ_i – определитель матрица, полученный из матрицы A путем замены i -го столбца вектором b .

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & b_i & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Пример 1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Запишем в табличном процессоре OpenOffice.org Calc матрицы, которые понадобятся нам при вычислениях:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		-5	2	3			1								
3	A=	1	2	-1		B=	-1								
4		-2	3	1			2								
5															
6															
7		1	2	3			-5	1	3			-5	2	1	
8	A ₁ =	-1	2	-1		A ₂ =	1	-1	-1		A ₃ =	1	2	-1	
9		2	3	1			-2	2	1			-2	3	2	
10															

Рис. 1. Исходные данные

Найдем определители Δ , Δ_1 , Δ_2 , и Δ_3 , используя математическую функцию **MDETERM**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		-5	2	3			1								
3	A=	1	2	-1		B=	-1								
4		-2	3	1			2								
5															
6															
7		1	2	3			-5	1	3			-5	2	1	
8	A ₁ =	-1	2	-1		A ₂ =	1	-1	-1		A ₃ =	1	2	-1	
9		2	3	1			-2	2	1			-2	3	2	
10															
11															
12	Δ=	-2													
13	Δ ₁ =	-18													
14	Δ ₂ =	-4													
15	Δ ₃ =	-28													
16															

Рис. 2. Вычисление определителей

Корни уравнения найдем по формулам: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, \dots, n$

В результате всех вычислений должны получиться следующие данные:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		-5	2	3			1								
3	A=	1	2	-1		B=	-1								
4		-2	3	1			2								
5															
6															
7		1	2	3			-5	1	3			-5	2	1	
8	A ₁ =	-1	2	-1		A ₂ =	1	-1	-1		A ₃ =	1	2	-1	
9		2	3	1			-2	2	1			-2	3	2	
10															
11															
12	Δ=	-2													
13	Δ ₁ =	-18				x ₁ =	9								
14	Δ ₂ =	-4				x ₂ =	2								
15	Δ ₃ =	-28				x ₃ =	14								

Рис. 3. Вычисление корней системы уравнений

II Решение систем линейных уравнений матричным методом

Пусть дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Эту систему можно представить в матричном виде: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Умножим систему линейных алгебраических уравнений $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$ слева на матрицу, обратную к $\mathbf{A}$. Тогда система уравнений примет вид:

$$\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}.$$

Так как $\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{E}$ (единичная матрица), то получим $\mathbf{E} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$.

Таким образом, вектор неизвестных вычисляется по формуле: $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$.

Пример 2. Решить систему линейных уравнений матричным методом.

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Запишем в табличном процессоре OpenOffice.org Calc матрицу $\mathbf{A}$ и столбец свободных членов $\mathbf{B}$:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		-5	2	3			1	
3	A=	1	2	-1		B=	-1	
4		-2	3	1			2	
5								
6								
7								
8								
9	A ⁻¹ =							
10								
11								

Рис. 4. Исходные данные

Нам необходимо найти обратную матрицу $\mathbf{A}^{-1}$, для этого:

1. выделите диапазон ячеек B8:D10;
2. Вставка ► Функция ► категория Массив ► MINVERSE;

3. в появившемся диалоговом окне заполните поле ввода *Матрица*. Это поле должно содержать диапазон ячеек, в котором хранится исходная матрица, то есть *B2:D4*, нажмите кнопку ОК;

После всех преобразований получим следующие данные.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		-5	2	3			1	
3	A=	1	2	-1		B=	-1	
4		-2	3	1			2	
5								
6								
7								
8		-3	-4	4				
9	A ⁻¹ =	-1	-1	1				
10		-4	-6	6				
11								

Рис. 5. Обратная матрица

Осталось найти вектор неизвестных по формуле $X=A^{-1} \cdot B$, для этого:

1. выделите диапазон ячеек *G8:G10*;
2. выполните последовательность действий **Вставка ► Функция ► категория Массив ► MMULT**;
3. в поле для первой матрицы укажите диапазон *B8:D10*;
4. в поле для второй матрицы укажите диапазон *G2:G4*;
5. нажмите кнопку ОК.

В результате должны получиться следующие значения:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		-5	2	3			1	
3	A=	1	2	-1		B=	-1	
4		-2	3	1			2	
5								
6								
7								
8		-3	-4	4			9	
9	A ⁻¹ =	-1	-1	1		X=	2	
10		-4	-6	6			14	
11								

Рис. 6. Вычисление корней системы уравнений

Для проверки необходимо умножить матрицу A на X . В результате должен получиться столбец B .