**План-конспект**

**урока по теме**

**«Замена переменных в логарифмических уравнениях и неравенствах»**

(Алгебра и начала анализа 11 класс)

*Цель урока:*

1. Развитие и обобщение знаний учащихся по теме «Решение логарифмических уравнений и неравенств;
2. Подготовка к ЕГЭ.

*Задачи:*

1. Рассмотреть применение алгоритма введения новой переменной при решении логарифмических уравнений и неравенств;
2. Продолжить формирование навыков сознательного выбора способов решения;
3. Развивать потребность в нахождении рациональных способов решения;
4. Способствовать развитию умения видеть и применять рассмотренный материал в нестандартных ситуациях.
5. Способствовать совершенствованию умения контролировать свои действия, вносить коррективы в план выполняемой работы (1 группа);
6. Способствовать развитию умения в ходе работы в группе учитывать позиции других учеников, обосновывать свою позицию, а также координировать в ходе сотрудничества разные точки зрения.

*План урока:*

 Организационный момент 2 мин.

1. Устная фронтальная работа 9 мин.
2. Лекционная часть урока (объяснение учителя алгоритма введения новой переменной при решении логарифмических уравнений и неравенств) 15 мин.
3. Работа учащихся в группах с разноуровневыми заданиями 15 мин.
4. Итог урока 3 мин.
5. Домашнее задание (комментарий учителя) 2 мин.

*Ход урока:*

I . Устная фронтальная работа учащихся.

1. Найдите область определения функции

***у*** = log 0.5(3-2***x***)

 Ответ: ( -∞; 1,5).

1. Укажите и исправьте ошибки в решении

 log 2 ***х 4*** + log 2 ***х 2*** = 6

 Решение: 4 log 2 ***х***+ 2 log 2 ***х*** = 6,

 6 log 2 ***х =*** 6,

 log 2 ***х =*** 1,

 ***х =*** 2.

Ошибка: переходы log 2 ***х 2*** = 2 log 2 ***х***  и log 2 ***х 4 =*** 4 log 2 ***х*** могут привести (и ведут) к потере корней. Правильно:

log 2 ***х 4*** + log 2 ***х 2*** = 6,

4 log 2 │***х***│+ 2 log 2 │***х***│= 6,

6 log 2 │***х***│= 6,

log 2 │***х***│= 1,

│***х***│= 2,

Ответ: ± 2.

1. Решите неравенство

log 1/5( 1/5(***х***- 1))>1.

Решение: log 1/5 1/5 + log 1/5(***х***- 1)>1,

 log 1/5(***х***- 1)>0,

 log 1/5(***х***- 1) > log 1/51,

функция у = log 1/5t – убывающая, значит,

 ***х***- 1< 1,

 ***х***- 1> 0;

 ***х*** < 2,

 ***х*** > 1.

Ответ: (1;2).

Учитель использует (доску), компьютер и экран (заранее приготовлены слайды).

 **4. Вопрос**: Какие методы использовались при решении логарифмических уравнений и неравенств?

При решении уравнений, содержащих логарифмические функции, иногда применяют различные преобразования, сводящие заданное уравнение к простейшему виду. При этом важно, чтобы ОДЗ не менялось.

Иногда встречаются уравнения, в которых фигурирует функция вида y=f(x)g(x), при этом f(x)>0. Такие уравнения удобно решать почленным логарифмированием.

Решение логарифмических неравенств основано на монотонности логарифмической функции.

II. Решение некоторых логарифмических уравнений и неравенств сводится к алгебраическим с помощью замены переменных.

Рассмотрим этот способ решения. Объясняет учитель.

 Пример 1. Решите уравнение

 4-lg ***x*** = 3√ lg ***x.***

 Решение: Воспользуемся методом замены.

 Пусть √ lg ***x=*** t, ≥0, тогда данное уравнение примет вид

 t2 + 3t – 4 = 0, откуда t1=1,t2= - 4 ( посторонний корень).

 Значит √ lg ***x=*** 1,

 lg ***x=*** 1,

 ***x=*** 10

 Ответ: 10.

 Пример 2. Решите уравнение

10\* log 4***х******х*** + 21\* log 16***х******х*** – 3\* log ***х/2******х 2*** = 0.

 Решение:

 ***х >***0,

 ***х≠*** 1/4,

 ***х≠*** 1/16,

 ***х≠*** 2.

Переходя к логарифмам по основанию 2, получим

10\* log 2 ***х /*** log 2 4***х*** + 21\* log 2 ***х /*** log 2 16***х*** – 3\* log ***2******х 2 /*** log 2 ***х***/2 = 0,

10\* log 2 ***х /*** (2 +log 2 ***х***) + 21\* log 2 ***х /*** (4 + log 2 ***х***) – 3\*2\* log ***2******х/*** log 2 (***х***-1) = 0,

log 2 ***х*** (10***/*** (2 +log 2 ***х***) + 21 ***/*** (4 + log 2 ***х***) – 6***/*** log 2 (***х***-1)) = 0,

Это уравнение равносильно совокупности уравнений

 log 2 ***х*** = 0,

 10***/*** (2 +log 2 ***х***) + 21 ***/*** (4 + log 2 ***х***) – 6***/*** log 2 (***х***-1) = 0

Решением первого уравнения является ***x=*** 1.

Для решения второго уравнения сделаем замену t = log 2 ***х***. После преобразования получим:

(25t2 + 15t – 30)/((2+ t)(4+ t)(t-1))=0,

 25t2 + 15t – 30=0,

 (2+ t)(4+ t)(t-1) ≠ 0;

 t=2,

 t= - 2,6;

 log 2 ***х*** =2,

 log 2 ***х*** = - 13/5;

Ответ: 1; 4; 1/ 45√8.

Пример 3. Решите неравенство

 2 log 3***х***-6 9 - log 3 (***х***-2) ≥ 1.

Решение: перепишем неравенство в виде:

 2 log 3 9 / log 3 3(***х***-2) - log 3 (***х***-2) ≥ 1,

 4 / (log 3 (***х***-2) + 1) - log 3 (***х***-2) ≥ 1.

Пусть а = log 3 (***х***-2), тогда

1/(1+а) – а ≥ 1,

(4 – (а + 1)2) / (1 + а) ≥ 0,

((а + 3)(1 - а)) / (1 + а) ≥ 0,

((а + 3)(а - 1)) / (1 + а) ≤ 0

Воспользуемся методом интервалов, получим

 а ≤ - 3

 - 1 < a ≤ 1.

 log 3 (***х***-2) ≤ - 3

 - 1 < log 3 (***х***-2) ≤ 1.

y= log 3 t – возрастающая функция,

 0 < ***х*** - 2 ≤ 1/27

 1/3 < ***х*** - 2 ≤ 3.

Ответ: ( 2; 55/27]U(7/3;5].

Итак, рассмотрели метод замены переменных, который будем использовать при решении логарифмических уравнений и неравенств.

III. Учащиеся класса разбиваются на группы ( по выбору).

1 группа: занимаются самостоятельно на оценку.

2 группа работает, используя консультации учителя, с последующей проверкой полного решения учениками через экран.

Задания для учащихся 1 группы.

1. Решите уравнение

 log ***4******х 2*** + log ***х6***64 = 2.

2. Решите неравенство

 log2 ***4***(2***х***) + 3log ***2******х*** < 4.

Решение: 1) ***х≠*** 1

 2 log ***4***  ‌| ***х*** ‌| + 1/6 log | ***х*** |64 = 2,

 2 log ***4***  ‌| ***х*** ‌| + 6\*1/6 log | ***х*** |2 = 2,

 2\*1/2 log ***2*** ‌| ***х*** ‌| + 1/ log ***2*** ‌| ***х*** ‌| = 2,

Пусть log ***2*** ‌| ***х*** ‌| = t,

 t + 1/t = 2,

 t2 - 2t + 1=0,

 (t - 1)2 =0,

 t = 1.

 log ***2*** ‌| ***х*** ‌| = 1,

 ‌| ***х*** ‌| = 2.

Ответ: ±2.

2) (1/2 log 2 (2***х***))² + 3log ***2******х*** < 4,

 (1/2+1/2 log 2 ***х***)² + 3log ***2******х*** < 4,

Пусть log ***2*** ‌***х*** ‌= t,

(1/2 +1/2t)²+3t < 4,

1/4+1/2t+1/4t²+3t<4,

1/4 t²+7/2t-15/4<0,

t²+14t-15<0,

t²+14t-15=0

D1=64, t1=-15, t2=1

(t+15)(t-1)<0

-15<t<1

-15< log ***2*** ‌***х*** <1

 log ***2*** ‌***х*** <1,

 log ***2*** ‌***х*** >-15;

y= log ***2*** ‌***b*** – возрастающая функция,

 0 < ***х*** <2,

 ‌***х*** >2-15

Ответ: (1/215;2).

(1. Пособие для учителя под ред. М.Л. Галицкого.

Углубленное изучение алгебры и математического анализа

2. А.П.Ершова, В.В.Голобородько. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре 10-11 класс)

Задания для учащихся 2 группы

1. Решите уравнение

 1/2\* log2 ***5******х*** + log ***25*** ‌***х*** – 1=0

2. Решите неравенство

 log2 ***0,5******х*** < 1.

Решение . 1) ‌***х*** >0, пусть log ***5*** ‌***х*** ‌= t,

 t2 + t - 2=0,

 D=9, t1=2,t2= - 1

 log 5 ***х*** =2,

 log 5 ***х*** = - 1

 Ответ: 25; - 1/5.

 2) Пусть log2 ***0,5******х*** = а, ‌***х*** >0

 а2 < 1,

 -1< a <1,

 -1< log2 ***0,5******х*** <1,

 log ***0,5******х*** <1,

 log ***0,5******х*** >- 1

 функция у= log ***0,5***t – убывающая,

***х*** >0,5

***х*** <1

Ответ: (0,5; 1).

IV. 1 группа учащихся сдает тетради на проверку; решения для 1 и 2 группы демонстрируются на экране. Подводится итог урока: рассмотрев алгоритм введения новой переменной для решения логарифмических уравнений и неравенств, ученики должны развивать умение применять изученный материал, как один из рациональных способов решения.

Объявляются оценки.

V. Домашнее задание. Запись на экране. Ученик выполняет на выбор любые 4 примера.

1) 3lg2(***х*** - 1) - 10lg (***х*** - 1) + 3 = 0,

2) log 2***х+1***(5+8 ***х*** - 4 ***х²***)+ log 5-2***х***(1+4 ***х*** + 4 ***х²***) = 4,

3) log ***2******х*** + log ***х²***8 = 2,5,

4) 4 log2 ***4******х*** - 8 log ***4*** ‌***х*** – 5>0,

5) log ***2*** ‌√***х*** - 2 log2 ***1/4******х*** + 1>0

Решение:

1) ‌***х*** >0, пусть lg (***х*** - 1) ‌= t,

 3t2 - 10t + 3=0,

 D=25-9=16, t1=3,t2= 1/3

 а) lg (***х*** - 1) ‌=3,

 ***х*** - 1 ‌=1000,

 ***х*** ‌=1001

 1001>1 (верно)

б) lg (***х*** - 1) ‌=1/3,

 ***х*** - 1 ‌=101/3,

 ***х*** ‌=101/3 +1

 3√10 +1>1 (верно)

Ответ: 1001; 3√10 +1.

2) log 2***х+1***(5-2 ***х***)(2 ***х***+1)+ log 5-2***х***(2 ***х*** + 1)***²*** = 4,

log 2***х+1***(5-2 ***х***) + 2/ log 2***х+1***(5-2 ***х***)= 3,

 пусть у= log 2***х+1***(5-2 ***х***), тогда

 2 ***х***+1>0,

 2 ***х***+1≠1,

 5-2 ***х***>0,

 5-2 ***х***≠1.

y+2/y=3,

y1=1,y2= 2

a) log 2***х+1***(5-2 ***х***)=2

5-2 ***х*** = (2 ***х*** + 1)***²***

***х*** 1=1/2,***х*** 2= - 2

-2 не удовлетворяет условию 2 ***х***+1>0

б) log 2***х+1***(5-2 ***х***)=1

5-2 ***х*** = 2 ***х*** + 1

***х*** 3=1

Ответ: 1/2; 1.

3) ***х***>0, ***х***≠ ±1.

log ***2******х*** + 3/2log ***х***2 = 2,5,

1/log ***х***2 + 3/2log ***х***2 = 2,5.

Пусть у = log ***х***2, тогда

3/2 у² - 5/2у + 1 = 0,

3 у² - 5у + 2 = 0,

D=1, у1=1,у2= 2/3

а) log ***х***2=1

 ***х*** ‌=2

б) log ***х***2=2/3

 ***х*** ‌=√8

Ответ: 2; √8.

4) ***х***>0, пусть log ***4*** ‌***х*** = t, тогда

 4t2 - 8t – 5>0

 4t2 - 8t – 5=0

 D=16+20=36, t1=5/2,t2=- ½

 4(t-5/2)(t+1/2)>0

 t< -1/2

 t> 5/2

a) log ***4*** ‌***х*** < -1/2

log ***4*** ‌***х<*** log ***4*** ‌1/2

y= log ***4*** ‌***n*** - возрастающая функция,

***х***>0,

***х***< 1/2

0< ***х*** <1/2

б) log ***4*** ‌***х*** > 5/2

log ***4*** ‌***х>*** log ***4*** 32

y= log ***4*** ‌***n*** - возрастающая функция,

***х***>32

Ответ: (0;1/2)U(32; +∞)

5) ***х***>0,

1/2log ***2*** ‌***х*** - 2 log22-2***х*** + 1>0,

1/2log ***2*** ‌***х*** – 2\*1/4 log22 ***х*** + 1>0,

log ***2*** ‌***х*** – log22 ***х*** + 2>0

Пусть log ***2*** ‌***х*** = у, тогда - у² + у + 2 > 0

 у² - у - 2 < 0

у² - у - 2 = 0

D=9, у1=2,у2= -1

(y-2)(y+1)<0

-1<y<2

y<2,

y>-1

log ***2*** ‌***х<*** log ***2*** **‌**4,

log ***2*** ‌***х>*** log ***2*** ½

‌***х<***4

‌***х>***1/2

1/2< ***х<***4

Ответ: (1/2; 4).