

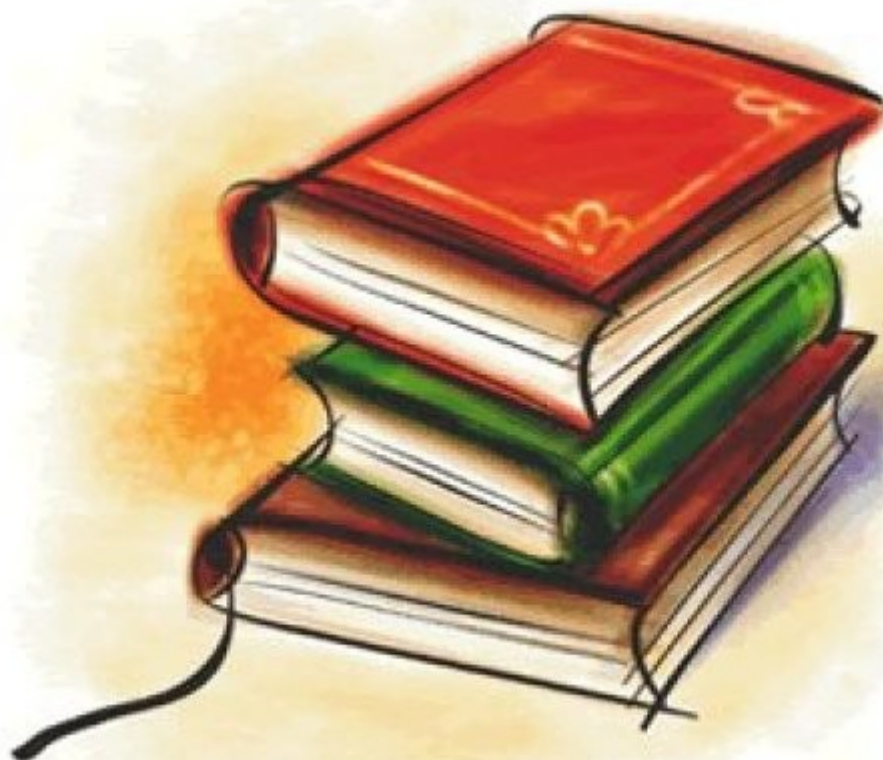
# Глоссарий

Учебной практики

1 курса факультета МИФ

«Волгоградского государственного социально-педагогического университета»

Воропаевой Анастасии



Делимость целых чисел

Простые и составные числа

Наибольший общий делитель и наименьшее общее  
кратное

Признаки делимости

Деление с остатком

Сравнения чисел. Правила

# Делимость целых чисел

**Делимость чисел** — это отношение, связь между целыми числами.

Целое число  $a$  *делится* на целое число  $b$ , если существует целое число  $q$ , такое что  $a = bq$ .

При этом число  $b$  считается отличным от нуля.

Число  $a$  называется *делимым*,  $b$  называется *делителем*, а число  $q$  называется *частным*.  
Также говорят: " $a$  *кратно*  $b$ ".

Числа 1 и  $-1$  являются делителями любого целого числа. Число 0 делится на любое число, в том числе и на ноль, но ни одно целое число, отличное от нуля, не делится на 0.

Если  $d$  — делитель числа  $n$ , то и число  $-d$  также является его делителем. При изучении делимости можно ограничиться только натуральными числами. Вместо слов « $n$  делится на  $d$ » можно сказать « $d$  делит  $n$ ». Для такого высказывания применяется стандартное обозначение  $d \mid n$ . Однако оно не очень удобно, потому что привычнее говорить « $n$  делится на  $d$ », что часто обозначают как  $n : d$ .

**Отношение делимости обладает следующими свойствами**

1) Если два числа делятся на  $d$ , то и их сумма делится на  $d$ .

$$d \mid m, d \mid n \Rightarrow d \mid (m+n)$$

2) Если число  $n$  делится на  $d$ , то и число  $nk$  при любом  $k$  делится на  $d$ .

$$d \mid n \Rightarrow d \mid nk$$

3) Если  $m$  делится на  $n$ , а  $n$  делится на  $d$ , то  $m$  делится на  $d$ .

$$n \mid m, d \mid n \Rightarrow d \mid m$$

На основе свойств делимости выводятся признаки делимости.



[Вернуться к списку терминов](#)

## Простые и составные числа

*Отношение делимости* позволяет раскладывать целые числа на множители.

**Простое число** – это натуральное число  $n > 1$ , не имеющее других положительных делителей, кроме самого себя и единицы.

Числа 2, 3, 5, 7, 11 являются первыми простыми числами. Приведем перечень простых чисел, меньших 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Простые числа образуют основные кирпичики при изучении делимости целых чисел и решении связанных с этим понятием задач.

Все числа, которые не являются простыми, называются *составными*.

Если взять два составных натуральных числа  $m$  и  $n$ , то у них есть делители, отличные от этих чисел и не равные единице.

Два числа называются *взаимно простыми*, если они не имеют общих делителей, кроме 1.

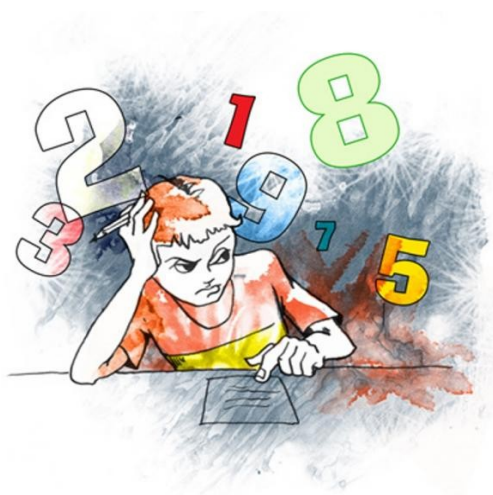
Например, числа 25 и 32 взаимно простые (хотя ни одно из них простым не является).

Взаимно простыми могут быть и несколько чисел, например, числа 6, 10, 15 взаимно простые (хотя никакие два из них взаимно простыми не являются).

**ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ (ДО 1 000).**

|    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2  | 61  | 149 | 239 | 347 | 443 | 563 | 659 | 773 | 887 |
| 3  | 67  | 151 | 241 | 349 | 449 | 569 | 661 | 787 | 907 |
| 5  | 71  | 157 | 251 | 353 | 457 | 571 | 673 | 797 | 911 |
| 7  | 73  | 163 | 257 | 359 | 461 | 577 | 677 | 809 | 919 |
| 11 | 79  | 167 | 263 | 367 | 463 | 587 | 683 | 811 | 929 |
| 13 | 83  | 173 | 269 | 373 | 467 | 593 | 691 | 821 | 937 |
| 17 | 89  | 179 | 271 | 379 | 479 | 599 | 701 | 823 | 941 |
| 19 | 97  | 181 | 277 | 383 | 487 | 601 | 709 | 827 | 947 |
| 23 | 101 | 191 | 281 | 389 | 491 | 607 | 719 | 829 | 953 |
| 29 | 103 | 193 | 283 | 397 | 499 | 613 | 727 | 839 | 967 |
| 31 | 107 | 197 | 293 | 401 | 503 | 617 | 733 | 853 | 971 |
| 37 | 109 | 199 | 307 | 409 | 509 | 619 | 739 | 857 | 977 |
| 41 | 113 | 211 | 311 | 419 | 521 | 631 | 743 | 859 | 983 |
| 43 | 127 | 223 | 313 | 421 | 523 | 641 | 751 | 863 | 991 |
| 47 | 131 | 227 | 317 | 431 | 541 | 643 | 757 | 877 | 997 |
| 53 | 137 | 229 | 331 | 433 | 547 | 647 | 761 | 881 |     |
| 59 | 139 | 233 | 337 | 439 | 557 | 653 | 769 | 883 |     |

## Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное



Возьмем два натуральных числа  $m$  и  $n$ . Среди всех общих делителей этих чисел выберем наибольшее и обозначим через  $d$ . Часто наибольший общий делитель обозначают буквами НОД:  $d = \text{НОД}(m, n)$ . Заметим, что число 1 является общим делителем, поэтому множество общих делителей является непустым конечным множеством чисел и в нем можно выбрать наибольшее число.

Если  $\text{НОД}(m, n) = 1$ , то числа  $m$  и  $n$  будут взаимно простыми.

Похожим образом определяется **наименьшее общее кратное** двух или нескольких чисел. Число  $mn$  делится и на  $m$ , и на  $n$ , т. е. является общим кратным  $m$  и  $n$ .

Наименьшее из общих кратных часто обозначают буквами НОК.

Например,  
 $\text{НОД}(240, 36) = 12$ ;  
 $\text{НОК}(240, 360) = 720$ .

Вся информация взята из: [http://ipo.spb.ru/iumk2/MATH\\_XXI-10/Modules/M\\_1.1.1/M\\_1.1.1.html](http://ipo.spb.ru/iumk2/MATH_XXI-10/Modules/M_1.1.1/M_1.1.1.html)

## Признак делимости

**Признак делимости** — алгоритм, позволяющий сравнительно быстро определить, является ли число кратным заранее заданному. Если признак делимости позволяет выяснить не только делимость числа на заранее заданное, но и остаток от деления, то его называют признаком равноостаточности.

| Делитель | Признак                                                                                                        |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2        | Оканчивается одной из цифр: 0, 2, 4, 6, 8                                                                      |
| 3        | Сумма цифр делится на 3                                                                                        |
| 4        | Две последние цифры нули или образуют число, делящееся на 4                                                    |
| 5        | Последняя цифра 0 или 5                                                                                        |
| 6        | Одновременно соблюдаются правила деления на 2 и на 3                                                           |
| 7        | Разность между числом десятков и удвоенной цифрой единиц делится на 7                                          |
| 8        | Три последние цифры нули или образуют число, делящееся на 8                                                    |
| 9        | Сумма цифр делится на 9                                                                                        |
| 10       | Последняя цифра - нуль                                                                                         |
| 11       | Разность между суммой цифр, стоящих на нечетных местах, и суммой цифр, стоящих на четных местах, делится на 11 |

Все информация взята из: <http://ru.wikipedia.org>

[Вернуться к списку терминов](#)

## Деление с остатком

Не всегда можно полностью разделить одно число на другое. В примерах на деление может оставаться остаток. Такое деление называется **деление с остатком**.

### ЗАПОМНИ!

Деление с остатком - это деление одного натурального числа на другое, при котором остаток не равен нулю.

Если при делении натуральных чисел остаток равен нулю, то говорят, что делимое делится на делитель без остатка, или, иначе говоря, делится нацело.

Деление с остатком записывают так:

### ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Читается пример следующим образом:

*17 разделить на 3 получится 5 и остаток 2.*



Diagram illustrating division with remainder:  $17 : 3 = 5 \text{ ОСТ } (2)$ . The components are labeled: **делимое** (17), **делитель** (3), **неполное частное** (5), and **остаток** (2).

При делении с остатком остаток всегда должен быть меньше делителя.

Если получилось, что остаток больше делителя, значит, вы неверно нашли наибольшее число, которое делится на делитель без остатка.

При решении более сложных примеров не всегда можно легко найти наибольшее число. Иногда для этого необходимо произвести дополнительные расчёты в столбик.

Все вычисления можно представить в виде деления в столбик. Правила деления в столбик вы можете освежить в уроке "Деление в столбик".

Вся информация взята из :[http://math-prosto.ru/?page=pages/division\\_with\\_remainder/division\\_with\\_remainder.php](http://math-prosto.ru/?page=pages/division_with_remainder/division_with_remainder.php)

[Вернуться к списку терминов](#)

## Сравнения чисел. Правила



На координатной прямой точка с меньшей координатой расположена левее точки с большей.

Например:  $K(-5)$  левее  $M(-3) \Rightarrow -5 < -3$  ;

$O(0)$  левее  $A(2) \Rightarrow 0 < 2$  ;

$M(-3)$  левее  $B(4) \Rightarrow -3 < 4$  .

Любое отрицательное число меньше ( $<$ ) любого положительного:

$-7 < 6$  ;  $-12 < 22$  ;  $-3 < 18$  ;  $-1 < 7$  .

Из двух отрицательных чисел меньше ( $<$ ) то, модуль которого больше ( $>$ ) :

$-9 < -6$  ;  $-12 < -9$  ;  $-3 < -1$  ;  $-1 < -0,5$  .

Нуль меньше ( $<$ ) любого положительного числа,  
но больше ( $>$ ) отрицательного:

$0 < 5$  ;  $0 < 8$  ;  $0 > -1,4$  ;  $0 > -9,37$  .

Знаки  $<$  (меньше) и  $>$  (больше) похожи на стрелки и всегда указывают на меньшее число.  
Их "острая (меньшая)" сторона обращена в сторону уменьшения:

острая сторона  $<$  широкая сторона ;

$1 < 3$  — единица меньше трех ;

$-5 < 5$  — минус пять меньше пяти.

широкая сторона  $>$  острая сторона ;

$3 > 1$  — три больше единицы;

$5 > -5$  — пять больше минус пяти.

Все материалы взяты из: [http://school-assistant.ru/?predmet=matematika&theme=sravnenie\\_chisel\\_6](http://school-assistant.ru/?predmet=matematika&theme=sravnenie_chisel_6)

**[Вернуться к списку терминов](#)**