

# Глоссарий на тему: «Многогранники»

Составленный

студенткой 1 курса факультета МИФ

«Волгоградского социально-педагогического университета»

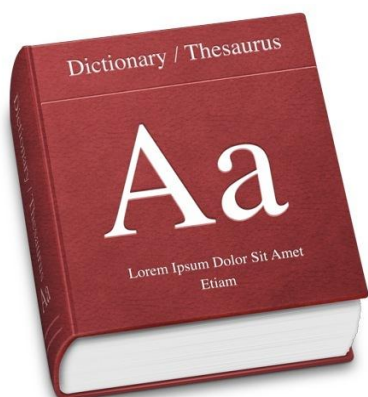
Растягаевой А.С



## Оглавление

Глоссарий .....	3
Многогранник.....	4
Треугольная призма .....	5
Прямоугольный параллелепипед.....	6
Правильная четырёхугольная пирамида.....	7
Сечения.....	8
Сечение призмы.....	9
Сечение тетраэдра .....	10
Сечение параллелепипеда .....	11
Развёртка .....	12

## Глоссарий



Глоссáрий (лат. glossarium — «собрание глосс») — словарь узкоспециализированных терминов в какой-либо отрасли знаний с толкованием, иногда переводом на другой язык, комментариями и примерами. Собрание глосс и собственно глоссарии стали предшественниками словаря.

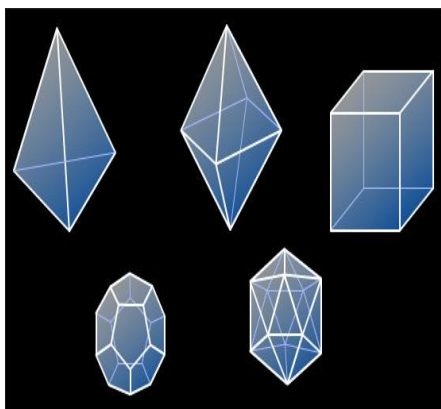
По толкованию энциклопедического словаря Брокгауза и Ефрона, глоссарий — это объясняющий малоизвестные слова, употребленные в каком-нибудь сочинении, особенно у греческого и латин. автора. Глоссарий — это также список часто используемых выражений.

До изобретения в середине XV столетия книгопечатания люди составляли глоссарии — написанные от руки списки иностранных и необычных слов, с которыми приходилось сталкиваться в манускриптах на древних языках, особенно в сочинениях греческих и латинских классиков. Ученый или просто переписчик, определив значение незнакомого слова, писал его между строками или на полях (глосса). Самые ранние глоссы известны с глубочайшей древности (например, шумерские глоссы — 25 век до н. э.). С функциональной точки зрения, в глоссах реализовалась так называемая метаязыковая функция языка, т.е. использование языка с целью обсуждения самого языка, а не внешнего мира. Рукописные глоссарии пользовались постоянным спросом. С них делалось много копий, а позднее, когда с появлением книгопечатания книги подешевели, словари оказались в числе первых печатных продуктов.

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://ru.wikipedia.org/wik>

## Многогранник



**Многогранником** в трехмерном пространстве называется совокупность конечного числа плоских многоугольников такая, что

- каждая сторона любого из многоугольников есть одновременно сторона другого (но только одного), называемого смежным с первым по этой стороне;
- от любого из многоугольников, составляющих многогранник, можно дойти до любого из них, переходя по очереди от одного многоугольника к другому, смежному с ним.

Многоугольники, из которых состоят многогранники, называются **гранями**, их стороны – **ребрами**, а их вершины – **вершинами** многогранника.

Многогранники, из которых состоят многогранники, называются **гранями**, их стороны – **ребрами**, а их вершины – **вершинами** многогранника.

Определение понятия «многогранник» в пространстве зависит от того, как на плоскости определять понятие «многоугольник». Если под многоугольником понимать плоские замкнутые ломаные (хотя бы и пересекающиеся), то приходим к первому определению многогранника. Чаще, однако, придерживаются другого определения многоугольника и, соответственно, многогранника. Под многоугольником понимается часть плоскости, ограниченная ломаными. С этой точки зрения, многогранник есть поверхность, составленная из многоугольных кусков. Если эта поверхность сама себя не пересекает, то она есть полная поверхность некоторого геометрического тела, которое тоже называется многогранником; отсюда возникает третья точка зрения на многогранники, как на геометрические тела, причем допускается существование у этих тел «дырок».

Многогранник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от плоскости любой его грани.

Из этого определения следует, что все грани выпуклого многогранника являются плоскими выпуклыми многоугольниками. Поверхность выпуклого многогранника состоит из граней, которые лежат в разных плоскостях. При этом ребрами многогранника являются стороны многоугольников, вершинами многогранника – вершины граней, плоскими углами многогранника – углы многоугольников-граней.

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://old.college.ru/mathema>

## Треугольная призма



**Призма** - многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани - параллелограммы. Боковые ребра призмы параллельны и равны.

Прямая призма называется **правильной**, если её основаниями являются правильные многоугольники.

**Высотой** призмы называется расстояние между его основаниями. Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащих одной грани, называется **диагональю призмы**. **Перпендикулярным сечением** является сечение, которое перпендикулярно боковым ребрам призмы.

### Основные формулы

#### Объем призмы

$V = S_{осн} * h$ ,  $h$ - высота,  $S_{осн}$  - площадь основания.

#### Площадь боковой поверхности

$S_{бок.пов} = P_{сеч} * l$ , где  $P_{сеч}$  - периметр перпендикулярного сечения,  $l$ - длина бокового ребра.

#### Площадь полной поверхности

$S_{полн. пов} = 2S_{осн} + S_{бок.пов}$

Откуда следует:

$$S_{осн} = \frac{a^2 * \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{бок.пов} = 3 * a * h$$

$$S_{полн. пов} = 3 * a * h + \frac{a^2 * \sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{a^2 * \sqrt{3}}{4} * h$$

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://chalochalo.ru/geometr>

## Прямоугольный параллелепипед



Призма, основанием которой является параллелограмм, называется *параллелепипедом*

*Прямоугольный параллелепипед* - параллелепипед, у которого все грани являются прямоугольниками. Длины 3-х ребер, сходящихся в одной вершине, называются линейными размерами (измерениями) параллелепипеда.

*Боковыми* называются ребра, не принадлежащие к *основанию*. *Гранями* называются составляющие фигуру параллелограммы. Параллелепипед содержит 6 граней. *Высотой* является отрезок перпендикуляра, соединяющего основания. Грани, не имеющие общих вершин, называются *противоположными*, они параллельны и равны. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

### Основные формулы

#### Объем параллелепипеда

$V = S_{осн} * h$ , где  $h$  – высота

#### Площадь боковой поверхности

$S_{бок.пов} = P_{осн} * h$ , где  $h$  – высота,  $P$  - периметр основания

#### Площадь полной поверхности

$S_{полн.пов} = S_{бок.пов} + 2S_{осн}$

Откуда следует:

$$V = a * b * c$$

$$S_{бок.пов.} = 2 * a * c + 2 * b * c$$

$$S_{полн.пов.} = 2 * a * c + 2 * b * c + 2 * a * b$$

Квадрат диагонали прямоугольный параллелепипеда равен сумме квадратов 3-х его измерений .

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Источник: <http://chalochalo.ru/geometry/>

[Вернуться к оглавлению](#)

## Правильная четырёхугольная пирамида



**Пирамидой** называется многогранник, основанием которой является многоугольник, а боковые грани - треугольники, имеющие общую точку.

**Правильная пирамида** - пирамида, основанием которой является правильный многоугольник и основание высоты совпадает с центром этого многоугольника. Боковые ребра правильной пирамиды равны, боковые грани - равнобедренные треугольники.

Общая точка является **вершиной** пирамиды. Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми гранями**. **Высотой пирамиды** является перпендикуляр, опущенный из вершины на плоскость основания. **Апофема** - высота боковой грани, опущенная из вершины.

### Основные формулы

#### Объем призмы

$V = S_{осн} * h$ , где  $h$  - высота,  $S_{осн}$  - площадь основания

#### Площадь боковой поверхности

$S_{бок.пов} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} * a_i * b_i$ , где  $a_i$  - апофема  $i$ -ой грани,  $b_i$  -  $i$ -ая сторона основания

Откуда следует:

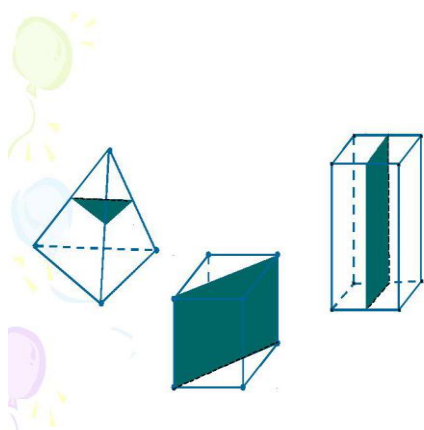
$$V = \frac{1}{2} * \frac{a^2 * \sqrt{3}}{4} * h$$

$$S_{бок.пов} = \frac{3}{2} * a * h$$

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://chalochalo.ru/geometry>

## Сечения.



**Сечением многогранника плоскостью** называется геометрическая фигура, представляющая собой множество всех точек пространства, принадлежащих одновременно данному многограннику и плоскости; плоскость при этом называется секущей плоскостью.

Поверхность многогранника состоит из ребер-отрезков и граней - плоских многоугольников. Так как прямая и плоскость пересекаются в точке, а две плоскости - по прямой, то сечением многогранника плоскостью является плоский многоугольник; вершинами этого многоугольника служат точки пересечения секущей плоскости с ребрами многогранника, а сторонами - отрезки, по которым секущая плоскость пересекает его грани. Это означает, что для построения искомого сечения данного многогранника плоскостью  $\alpha$  достаточно построить точки ее пересечения с ребрами многогранника. Затем последовательно соединить отрезками эти точки, при этом выделить сплошными линиями, видимые и штриховыми - невидимые стороны полученного многоугольника – сечения.

Секущая плоскость  $\alpha$  может быть задана: тремя точками, не лежащими на одной прямой; прямой и не принадлежащей ей точкой; другими условиями, определяющими ее положение относительно данного многогранника.

Методы построений сечений:

**1) Метод следов** заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника. Построение сечения многогранника методом следов обычно начинают с построения так называемого основного следа секущей плоскости, т.е. следа секущей плоскости на плоскости основания многогранника.

**2) Метод вспомогательных сечений** построения сечений многогранников является в достаточной мере универсальным. В тех случаях, когда нужный след (или следы) секущей плоскости оказывается за пределами чертежа, этот метод имеет даже определенные преимущества. Вместе с тем следует иметь в виду, что построения, выполняемые при использовании этого метода, зачастую получаются “скученными”. Тем не менее в некоторых случаях метод вспомогательных сечений оказывается наиболее рациональным.

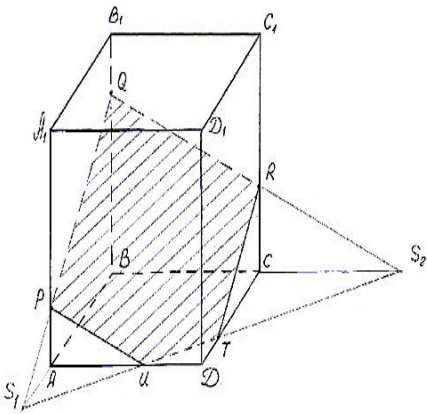
**3) Суть комбинированного метода** построения сечений многогранников состоит в применении теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве в сочетании с аксиоматическим методом

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://do.gendocs.ru/doc>



## Сечение призмы



### Задача.

Построить сечение призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через точки  $P, Q, R$ .

### Решение.

**1-й шаг.** Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань  $AA_1 B_1 B$ . В этой грани лежат точки сечения  $P$  и  $Q$ . Проведем прямую  $PQ$ .

**2-й шаг.** Продолжим прямую  $PQ$ , которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой  $AB$ . Получим точку  $S_1$ , принадлежащую следу.

**3-й шаг.** Аналогично получаем точку  $S_2$  пересечением прямых  $QR$  и  $BC$ .

**4-й шаг.** Прямая  $S_1 S_2$  - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

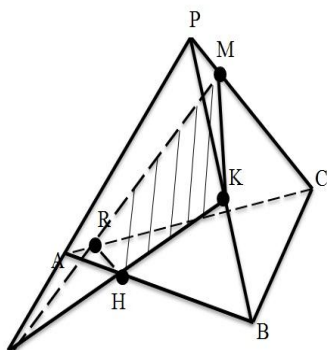
**5-й шаг.** Прямая  $S_1 S_2$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $U$ , сторону  $CD$  в точке  $T$ . Соединим точки  $P$  и  $U$ , так как они лежат в одной плоскости грани  $AA_1 D_1 D$ . Аналогично получаем  $TU$  и  $RT$ .

**6-ой шаг.**  $PQRTU$  – искомое сечение.

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://festival.1september.ru>

## Сечение тетраэдра



### Задача.

Постройте сечение пирамиды  $PABC$  плоскостью  $\alpha = (MKN)$ , где  $M$ ,  $K$  и  $H$  — внутренние точки соответственно ребер  $PC$ ,  $PB$  и  $AB$ .

### Решение.

**1-й шаг.** Точки  $M$  и  $K$  лежат в каждой из двух плоскостей  $\alpha$  и  $PBC$ . Поэтому по аксиоме пересечения двух плоскостей плоскость  $\alpha$  пересекает плоскость  $PBC$  по прямой  $MK$ . Следовательно, отрезок  $MK$  — одна из сторон искомого сечения.

**2-й шаг.** Аналогично, отрезок  $KH$  — другая сторона искомого сечения.

**3-й шаг.** Точки  $M$  и  $H$  не лежат одновременно ни в одной из граней пирамиды  $PABC$ , поэтому отрезок  $MH$  не является стороной сечения этой пирамиды. Прямые  $KH$  и  $PA$  лежат в плоскости грани  $ABP$  и пересекаются. Построим точку  $T = KH \cap AP$ .

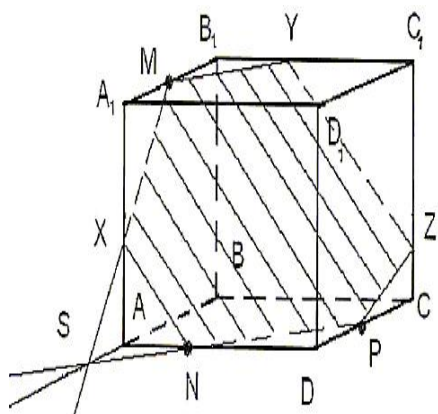
Поскольку прямая  $KH$  лежит в плоскости  $\alpha$ , то и точка  $T$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Теперь мы видим, что плоскости  $\alpha$  и  $APC$  имеют общие точки  $M$  и  $T$ . Следовательно, по аксиоме пересечения двух плоскостей плоскость  $\alpha$  и плоскость  $APC$  пересекаются по прямой  $MT$ , которая, в свою очередь, пересекает ребро  $AC$  в точке  $R$ .

**4-й шаг.** Теперь так же, как в шаге 1, устанавливаем, что плоскость  $\alpha$  пересекает грани  $ACP$  и  $ABC$  по отрезкам  $MR$  и  $HR$  соответственно. Следовательно, искомого сечения — четырехугольник  $MKNR$  (как показано на рисунке выше).

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://do.gendocs.ru/docs/>

## Сечение параллелепипеда



### Задача.

Построить сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через точки  $M, N, P$ .

### Решение.

**Шаг 1-й.** Точки  $N$  и  $P$  лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

**Шаг 2-й.** Продолжим прямую, на которой лежит сторона  $AB$  параллелепипеда. Прямые  $AB$  и  $NP$  пересекутся в некоторой точке  $S$ . Эта точка принадлежит плоскости сечения.

**Шаг 3-й.** Так как точка  $M$  также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую  $AA_1$  в некоторой точке  $X$ .

**Шаг 4-й.** Точки  $X$  и  $N$  лежат в одной плоскости грани  $AA_1 D_1 D$ , соединим их и получим прямую  $XN$ .

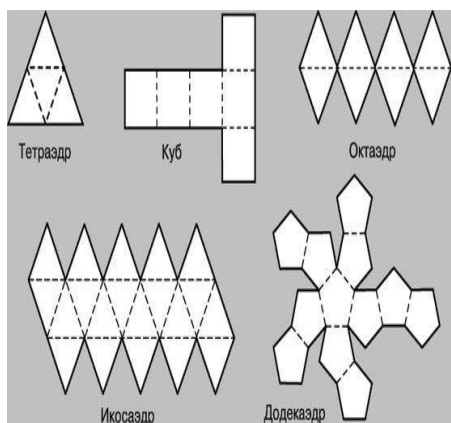
**Шаг 5-й.** Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку  $M$  можно провести прямую в грани  $A_1 B_1 C_1 D_1$ , параллельную прямой  $NP$ . Эта прямая пересечет сторону  $B_1 C_1$  в точке  $Y$ .

**Шаг 6-й.** Аналогично проводим прямую  $YZ$ , параллельно прямой  $XN$ . Соединяем  $Z$  с  $P$  и получаем искомое сечение –  $MYZPNX$ .

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://festival.1september.ru>

## Развёртка



**Разверткой многогранной поверхности** называется плоская фигура, получаемая последовательным совмещением всех граней поверхности с плоскостью.

Так как все грани многогранной поверхности изображаются на развертке в натуральную величину, построение ее сводится к определению величины отдельных граней поверхности – плоских многоугольников.

Существует три метода построения развертки многогранных поверхностей:

1. Метод треугольника.
2. Метод нормального сечения.
3. Метод раскатки.

Алгоритм построения можно сформулировать следующим образом:

1. Определяют натуральную величину основания пирамиды (например, методом замены плоскостей проекций);
2. Определяют истинную величину всех ребер пирамиды любым из известных способов (в данном примере натуральная величина всех ребер пирамиды определена методом вращения вокруг оси перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций и проходящей через вершину пирамиды  $S$ );
3. Строят основание пирамиды и по найденным трем сторонам строят какую-либо из боковых граней, пристраивая к ней следующие.

[Вернуться к оглавлению](#)

Источник: <http://graph.power.nstu.ru>